



۱۰۱- اگر $n \in N$ و $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$ باشد، آنگاه $\bigcap_{i=4}^{\infty} A_i$ کدام است؟

- ① $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ ② $(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$ ③ $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ ④ $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

۱۰۲- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $K+1$ عضو ۴۹ واحد بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی یک مجموعه $K-1$ عضو است. K کدام است؟

- ① ۵ ② ۴ ③ ۶ ④ ۷

۱۰۳- اگر $A = [1, 4]$ و $B = (-1, 3]$ باشند، مساحت نمودار $A \times A - B \times B$ در صفحه مختصات، کدام است؟

- ① ۴ ② ۵ ③ ۷ ④ ۶

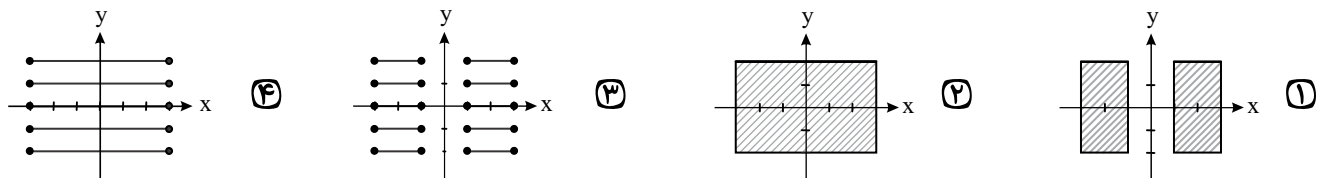
۱۰۴- مجموعه $(A-B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

- ① $A \cup B'$ ② $A \cap B'$ ③ A ④ B'

۱۰۵- اگر A و B دو مجموعه غیرتهی و $B \subset A'$ باشد، حاصل $A - [B \cup (A - B')]$ کدام است؟

- ① A ② B ③ $A - B'$ ④ $B - A$

۱۰۶- نمودار $A \times B$ با شرط $A = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x^2 \leq 9\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 \leq 4\}$ کدام است؟



۱۰۷- یک مجموعه هفت‌عضوی را به سه مجموعه افراز می‌کنیم. کدام گزینه نمی‌تواند حاصل ضرب تعداد اعضای این سه مجموعه باشد؟

- ① ۱۲ ② ۹ ③ ۸ ④ ۶

۱۰۸- مجموعه $(A-B)' \cap (A \cup B)$ برابر است با

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$

۱۰۹- از بین مجموعه اعداد متوالی $\{300, \dots, 52, 51\}$ ، عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد بر ۶ یا ۷ بخش‌پذیر است ولی مضرب ۴۲ نیست؟

- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{26}$ ③ $\frac{1}{28}$ ④ $\frac{1}{31}$

۱۱۰- در ریختن ۲ تاس متمایز با کدام احتمال باقی‌مانده مجموع اعداد بر ۲، برابر یک می‌شود؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$



پاسخنامه تشریحی

۱۰۱ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} A_F &= \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ A_D &= \left(-\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right) \\ A_F &= \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \\ A_V &= \left(-\frac{2}{7}, \frac{5}{7}\right) \\ A_A &= \left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bigcap_{i=F}^A A_i = A_F \cap A_D \cap A_F \cap A_V \cap A_A = \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$$

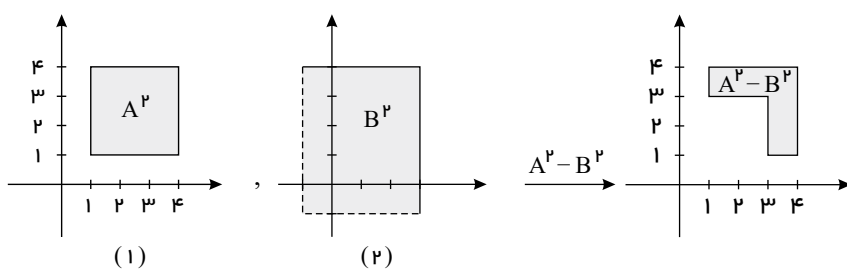
۱۰۲ - گزینه ۱ نکته: اگر مجموعه‌ای دارای n عضو باشد تعداد کل زیرمجموعه‌های آن 2^n می‌باشد.

$$49 = (\text{تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی مجموعه } K - 1 \text{ عضو}) - (\text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه } K + 1 \text{ عضو})$$

$$2^{K+1} - (2^{K-1} - 1) = 49 \Rightarrow 2^{K+1} - 2^{K-1} + 1 = 49$$

$$\Rightarrow 2^{K-1} (2^2 - 1) = 48 \Rightarrow 2^{K-1} = 16 \Rightarrow K - 1 = 4 \Rightarrow K = 5$$

گزینه ۲ - ۱۰۳



$$A^p - B^p \text{ ناحیه مساحت } = 3 \times 1 + 2 \times 1 = 5$$

۱۰۴ - گزینه ۴

$$(A - B) \cup [(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)] = (A \cap B') \cup [(B' \cup C') \cap \underbrace{((B' \cup A) \cap B')}_{B'}] = (A \cap B') \cup \underbrace{[(B' \cup C') \cap B']}_{B'} = (A \cap B') \cup B' = B'$$

۱۰۵ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} B \subseteq A' \\ A \subseteq A \end{aligned} \right\} \rightarrow A \cap B \subseteq \underbrace{A' \cap A}_{\emptyset} \xrightarrow{\emptyset \subseteq A \cap B} A \cap B = \emptyset$$

از طرفی اگر عبارت مورد سوال را ساده کنیم، خواهیم داشت:

$$A - \underbrace{[B \cup (A \cap B)]}_B = A - B \xrightarrow{A \cap B = \emptyset} A - B = A$$

۱۰۶ - گزینه ۳

$$1 \leq x^2 \leq 9 \xrightarrow{x \in \mathbb{R}} 1 \leq x \leq 3 \text{ یا } -3 \leq x \leq -1$$

$$x^2 \leq 4 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -2, -1, 0, 1, 2$$

که نمودار آن در گزینه ۳ آمده است.

۱۰۷ - گزینه ۴ افزاز یک مجموعه هفت عضوی به سه مجموعه به صورت‌های زیر است:

$$(1) \{-, -, -, -, -, -\}, \{-\}, \{-\}$$

$$(2) \{-, -, -, -, -, -\}, \{-\}, \{-, -\}$$

$$(3) \{-, -, -, -, -, -\}, \{-, -\}, \{-, -\}$$

$$(4) \{-, -, -, -, -, -\}, \{-, -, -, -\}, \{-\}$$

که در هیچ کدام از موارد حاصل ضرب تعداد اعضا برابر ۶ نمی‌شود.



تذکر: می دانیم $A - B = (A \cap B') = A - (A \cap B)$

$$(A - B)' \cap (A \cup B) = (A \cap B')' \cap (A \cup B) = \underbrace{(A' \cup B) \cap (A \cup B)}_{\text{از } B \text{ از سمت راست فاکتور می گیریم}} = \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup B = B$$

تذکر: بر اساس قوانین دمورگان $(A \cap B)' = A' \cup B'$

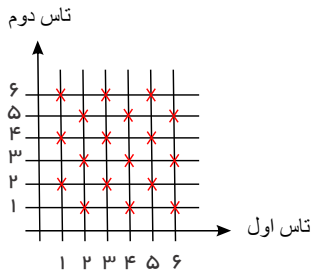
پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۷ باشد : B پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۶ باشد : A

$$\begin{aligned} \text{جواب} &= P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \\ &= \frac{\left(\left[\frac{300}{6}\right] - \left[\frac{50}{6}\right]\right) + \left(\left[\frac{300}{7}\right] - \left[\frac{50}{7}\right]\right) - 2\left(\left[\frac{300}{42}\right] - \left[\frac{50}{42}\right]\right)}{250} \end{aligned}$$

$$= \frac{50 - 8 + 42 - 7 - 14 + 2}{250} = \frac{26}{100}$$

۱۱۰ - گزینه ۲ فرض کنید عدد اول را با x و عدد دوم را با y نمایش دهیم؛ بنابراین: $\underbrace{x + y}_{\text{فرد باشد}} \equiv 1$

واضح است باید x, y یکی فرد یکی زوج باشد:



حالات موجود را علامت می زنیم.

در ضمن می دانیم که: $n(S) = 6 \times 6$. با شمارش علامت ها داریم: $n(A) = 18$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{6 \times 6} = \frac{1}{2}$$

پاسخنامه کلیدی

۱۰۱ - ۱	۱۰۳ - ۲	۱۰۵ - ۱	۱۰۷ - ۴	۱۰۹ - ۲
۱۰۲ - ۱	۱۰۴ - ۴	۱۰۶ - ۳	۱۰۸ - ۲	۱۱۰ - ۲